

3. Давид М. Геоestatистические методы при оценке запасов руд. – Л.: Недра, 1980.
4. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения. – М.: – 1974. – 481 с.
5. Девис Дж. С. Статистический анализ данных в геологии. Книга 1. – М.: Недра. – 1990. – 246 с.
6. Класифікація запасів та ресурсів корисних копалин Державного фонду. Затверджено постановою Кабінету Міністрів України №432 від 5.05.1997 р. – Київ: Державний комітет України при Міністерстві екології та природних ресурсів. – 1997.
7. Калинин В.М. Многомерная геометризация форм и качественных свойств месторождений // Маркшейдерское дело и геодезия. Межвузовский сборник. – 1979. – вып. 6. – с. 99-105.
8. Крамбейн У., Грейбилл Ф. Статистические модели в геологии. – М.: Мир. – 1969. – 400 с.
9. Крамбейн У., Кауфмен М., Мак-Кеммон Р. Модели геологических процессов – М.: Мир. – 1973. – 150 с.
10. Матерон Ж. Основы прикладной геостатистики. – М.: Мир, 1982.
11. Методичний посібник з оцінки перспективних та прогнозних ресурсів твердих корисних копалин. – К.: УкрДГРІ. – 2010. – 25с.
12. Миллер Р.Л., Кан Дж. С. Статистический анализ в геологических науках. – М.: Мир. – 1965. – 482 с.
13. Низгурецкий З.Д. К приложению теории нестационарных случайных функций для оценки результатов геометризации месторождений. – Л.: изд. ВНИМИ. – 1974. – Сб. № 93. – С. 99-113.
14. Низгурецкий З.Д. Использование элементов теории случайных функций для оценки точности определения содержания полезного компонента и мощности залежи при геометризации. – Тр. ВНИМИ. – Т. 40. – 1963. – С. 292-311.
15. Переметчик А.В. Разработка эвристического алгоритма прогнозирования геологических показателей месторождений полезных ископаемых // Разработка рудных месторождений: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Кривой Рог: КТУ. – 2004. – Вып. 85 – С. 194 – 200.
16. Положення про порядок розробки та обґрунтування умов мінеральної сировини для розрахунку запасів твердих корисних копалин у надрах, затверджене наказом Державного комітету з мінеральних ресурсів від 07.12.2005 № 300.
17. Krige, D.G. A review of development of geostatistics in South Africa // In: Advanced Geostatistics in the Mining Industry. Reidel, Dordrecht, Netherlands. 1976. P. 279-294.
18. Marechal, A., Serra, J. Random kriging // In: D.F. Merriam (Editor), Geostatistics. A Colloquium. Plenum Press, New York. 1970. P. 91-112.
19. Matheron, G. Kriging or polynomial interpolation procedures. – CIMM Trans., 70. 1967. P. 240-244.
20. Matheron, G. The intrinsic random functions and their applications. – Adv. Appl. Prob., 5. 1973. P. 439-468.
21. Pysmennyi, S., Peremetchyk, A., Chukharev, S., Fedorenko, S., Anastasov, D., & Tomiczek, K. (2022). The mining and geometrical methodology for estimating of mineral deposits. Paper presented at the IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 1049(1). <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1049/1/012029>
22. Peremetchyk, A., Kulikovska, O., Shvaher, N., Chukharev, S., Fedorenko, S., Moraru, R., & Panayotov, V. (2022). Predictive geometrization of grade indices of an iron-ore deposit. Mining of Mineral Deposits, 16(3), 67-77. <https://doi.org/10.33271/mining16.03.067>

Рукопис подано до редакції 17.04.2023

УДК 624.042:624.044:624.071.32

В.І. АСТАХОВ, О.Ю. ЄРЬОМЕНКО, кандидати техн. наук, доценти

Криворізький національний університет

С.О. ВОЛКОВ, д-р філос. наук, керівник відділу загальнобудівельних робіт та генплану

ПАТ «АрселорМіттал Кривий Ріг»

## ВИКОРИСТАННЯ КРИТЕРІЮ КРИТИЧНИХ РІВНІВ ВНУТРІШНЬОЇ ПОТЕНЦІЙНОЇ ЕНЕРГІЇ ДЕФОРМАЦІЇ ТІЛА ПРИ ВИРІШЕННІ ЗАДАЧ БУДІВЕЛЬНОЇ МЕХАНІКИ

**Мета.** Розглянути методіку розв'язку задач будівельної механіки на основі критерію критичних рівнів енергії. На підставі розв'язку класичної задачі опору матеріалів визначити ефективність запропонованого методу розв'язку, виконати порівняння методіки розв'язку на основі критерію критичних рівнів енергії з традиційними методами.

**Методи дослідження.** Використано комплекс методів досліджень, який охоплює аналіз та узагальнення літературних джерел відповідно до мети роботи, формулювання концепцій та їх перевірка шляхом виконання практичних розрахунків.

**Наукова новизна.** Показано можливість дослідження процесів деформування конструкцій на основі поділу полів зовнішніх впливів і поля деформацій твердого деформованого тіла, як існуючих за власними законами. Введено поняття критичних рівнів енергії та показана періодична природа завдань про критичні рівні енергії та їх зв'язок зі станами самонапруги конструкцій. На прикладі розрахунку стержня на розтяг показана методика розрахунку конструкцій на критичних рівнях енергії, дано роз'яснення існуючих невідповідностей “класичної” теорії розрахунку та експериментальних даних.

**Практична значимість.** Гіпотеза про існування критичних рівнів потенційної деформації твердих деформованих тіл знайшла своє підтвердження як у теоретичному плані, так і реалізована у методиці вирішення практичних задач. Варіаційний критерій критичних рівнів енергії показав свою працездатність при вирішенні практичних задач. Критерій критичних рівнів енергії дає теоретично-математичну основу для формулювання завдань будівельної механіки з єдиних позицій у вигляді задачі на власні значення.

**Результати.** Критерій критичних рівнів енергії дозволив отримати нові результати, що уточнюють дані лінійної теорії розтягання стержневих конструкцій, а також показав свою ефективність порівняно з ітераційними процедурами геометрично нелінійних завдань. Внутрішня потенційна енергія має на критичних рівнях екстремальне значення та обмежена на області допустимих значень параметрів, що дозволяє ставити і вирішувати завдання граничного стану конструкції для будь-якої формулювання граничного стану у вигляді завдання на власні значення. Теорія критичних рівнів внутрішньої потенційної енергії деформованих тіл, дозволяє більш точно та ефективно вирішувати завдання оптимального проектування конструкцій.

**Ключові слова:** потенційна енергія, розрахунок, деформація, критичний рівень, розтягання, стержень.

**Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями.** Поява нових матеріалів та підвищення вимог до будівельних конструкцій потребує нових підходів до методик проектування та їх теоретичного обґрунтування. Незважаючи на високий рівень розробленості питань розрахунків конструкцій, існування програмних комплексів, що дозволяють вести розрахунки в будь-яких областях будівельного проектування, існують значні прогалини в розрахункових методиках і теоретичних побудовах. Так теорія граничних станів будівельних конструкцій поки що розвивається як ряд відокремлених теоретичних напрямів, які не мають єдиного теоретичного базису. Теорія прогресуючого руйнування представляє собою ряд практичних рекомендацій, що ґрунтуються на досвіді обстеження аварійних будівель.

Недостатня опрацьованість основних передумов теорії розрахунку конструкцій потребує їх уточнення та подальшого розвитку.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Поняття критичного стану систем широко використовується в науці та техніці. Як правило, досягнення критичного стану означає, що параметри системи досягли своїх граничних значень, після перевищення яких, система або перестає існувати, або якісно змінює закономірності своєї поведінки.

Труднощі експериментального дослідження процесу руйнування змушують висувати гіпотези, які, пояснюють причини і механізм процесу, коли тверде деформоване тіло змінює свою поведінку під навантаженням. При цьому немає теорії, що дозволяє, не розбиваючи на стадії деформування матеріалу, описати процеси, які призводять до руйнації конструкцій. Відомі методики побудови варіаційних принципів описують процес деформування твердого тіла послідовно: у пружній, пластичній стадії деформування або руйнування тіла, де основою є екстремальні властивості енергії [1]–[4]. Очевидно, що це лише опис процесів деформування на деякій ділянці кривої стану рівноваги. При цьому деформування зразка конструкції та системи конструктивних елементів споруди йде за різними кривими стану рівноваги (законами деформування), що створює додаткові складності опису процесів граничних станів конструкції.

Основою погляду на процес втрати стійкості і втрати міцності, як двох сторін втрати конструкцією несучої здатності, є те що повна енергія системи на момент біфуркації стану має екстремальне значення. У теорії пружної стійкості відомі динамічний, енергетичний і статичний [5] критерії дослідження систем, схильних до біфуркації рівноважних станів. Найбільш повно описують процес втрати стійкості перші два, засновані на дослідженні варіацій Гамільтона та на повній енергії системи. Необхідною умовою є рівність нулю першої варіації повної енергії системи, що включає роботу внутрішніх та зовнішніх сил. Рівність нулю другої варіації дозволяє уточнити вид екстремуму і стан конструкції після проходження критичного рівня енергії [5, 6].

В будівельній механіці, як і в механіці твердого тіла, що деформується, спочатку була прийнята базова ідея про малість узагальнених переміщень конструкції, обумовлених деформаціями тіла. Тому протягом кількох століть розрахунки конструкцій велися за розрахунковою схемою, що не деформується. Продуктивність цієї ідеї полягала в тому, що всі закони та принципи механіки абсолютно твердого тіла можна було без особливих змін перенести на поведінку деформованих тіл [6–9]. Це дало значний прогрес у постановці завдань та побудові методів дослідження твердих деформованих тіл.

Проте вимога малості деформацій значно стримує розвиток будівельної механіки при розрахунках конструкцій, що працюють при кінцевих значеннях деформацій і в непружній стадії деформування. З'явилися різні теорії нелінійної будівельної механіки, які і в даний час розвиваються у двох основних напрямках: урахування додаткових членів при розкладанні функції деформації в ряди, та покрокові та ітераційні процедури чисельних розрахунків конструкцій. І в тому, і в іншому випадку доводиться значні зусилля докладати, доводячи збіжність рішення для різних нелінійних завдань будівельної механіки [4].

Не зважаючи на значні успіхи механіки твердого тіла, що деформується, результатів, отриманих на основі вимоги стаціонарності повної енергії деформації тіла (задача Лагранжа)

$$\delta \Pi(\chi, \eta) = 0, \quad (1)$$

де області зміни зовнішніх  $\eta \in \Omega_I$  та внутрішніх параметрів  $\chi \in \Omega_I$ , їх виявилися недостатньо для того, щоб зробити головні висновки про стан тіла, що деформується, яке знаходиться в рівновазі без порушення умов нерозривності деформацій і умов на поверхні тіла. Втрачено несучу здатність тілом чи ні, зруйнується чи ні, який залишковий ресурс несучої здатності і як дізнатись, наскільки його форма відповідає експлуатаційним вимогам? Цей і багато інших питань потребували введення гіпотез міцності, які висувують припущення про умови, за яких тіло зруйнується, або змінить свою поведінку (криву рівноважних станів). При цьому гіпотези міцності ніяк не пов'язані з перерахованими вище вимогами, означеними в (1). Внаслідок цього розрахункові процедури апіорі ставали ітераційними (метод проб та помилок) навіть у лінійній стадії деформування конструкції.

Відомо з експериментів, що на певних рівнях навантаження, або накопиченої внутрішньої енергії потенційної деформації, можлива стрибкоподібна зміна поведінки тіла, яку називають втратою міцності, стійкості та ін. Зважаючи на це можна говорити про існування критичних рівнів енергії та відповідних їм параметрів системи після перевищення яких якісно змінюється поведінка конструкції або змінюється розрахункова схема. Останнє визначається як зміна стану самонапруження [4]. Це може проявитися в якісній зміні форми або виду опору конструкції зовнішнім впливам. Наприклад, поздовжнє стиск стрижня змінюється поздовжнім згином, як це відбувається в теорії стійкості конструкції. При згинанні балки при граничних навантаженнях може утворитися пластичний шарнір, в результаті чого змінюється розрахункова схема.

В справедливості останніх тверджень можна переконатися розглянувши наступну задачу [4]. Нехай область існування функціоналу повної енергії деформації твердого тіла, що деформується  $\Pi$  можна розбити на області зовнішніх  $\eta \in \Omega_I$  і внутрішніх параметрів  $\chi \in \Omega_I$ . Тоді згідно з принципом оптимальності Беллмана [10] екстремум вихідного функціоналу можна шукати як

$$\delta \Pi(\chi, \eta) = \delta \Pi(\chi, c) = 0, \quad (2)$$

де  $c$  - область зовнішніх параметрів, що визначають екстремаль.

Тоді, якщо існує екстремаль, яка визначається внутрішніми параметрами, маємо з урахуванням ортогональності екстремалей

$$-\delta \Pi(\chi) + \Pi(c) = 0, \quad (3)$$

де  $\Pi(c)$  можна вважати сталою, оскільки варіюються внутрішні параметри. Знак обрано з урахуванням того, що варіюється внутрішня енергія.

Відповідно [11] вираз (2) можна записати у вигляді

$$\delta \Pi(\chi) = 0, \quad (4)$$

за умови, що за всіма  $j$  екстремальними

$$\delta \Pi(\chi) = \Pi(c), \quad j=1, 2, \dots, n \quad (5)$$

або у нормованому на одиницю вигляді

$$\sum_j \Pi_j^*(\chi) = 1. \quad (6)$$

Вираз (6) можна трактувати як умову повноти своїх функцій задачі (4). Відповідно до [11], [12] ця вимога відповідає умові рівності нулю і не від'ємного значення другої варіації функціоналу. Пропонований [4] критерій полягає у дослідженні першої варіації функціоналу внутрішньої потенційної енергії тіла в області зміни внутрішніх параметрів тіла на екстремальних із постійними значеннями зовнішніх параметрів. Постійність зовнішніх параметрів не виключає відсутності зовнішніх впливів, оскільки вираз (4) дозволяє змінювати змінні, що характеризують

внутрішні параметри системи. Такий стан у будівельній механіці називають станом самонапруження.

При навантаженні конструкцій до критичного рівня є безперервний ряд подібних стаціонарних станів, що відрізняються постійним множником. Кожен новий стан може бути отриманий як за рахунок збільшення зовнішнього навантаження (збільшення повної енергії системи), яке буде врівноважене внутрішніми зусиллями, так і при розгляді можливих форм деформованого стану тіла, коли навантаження стало чи відсутнє. При досягненні критичного рівня навантаження (критичного рівня внутрішньої потенційної енергії тіла) подальша зміна енергії системи може піти за рахунок накопиченої внутрішньої енергії. Необхідне мале збурення внутрішнього поля зусиль або деформацій, для подальшої зміни виду деформування системи, але при цьому зовнішні сили дійсної роботи не здійснюють, оскільки врівноважені внутрішніми зусиллями. Таким чином, на критичних рівнях енергії не має значення вид навантаження і його величина (якщо мати на увазі нормовані величини навантаження). Важливо, що за заданих умов є самоврівноважений стан системи, а подальша дійсна робота здійснюватиметься варіаціями внутрішніх зусиль чи деформацій [4].

Отримана постановка задачі говорить про те, що наявність критичних рівнів внутрішньої потенційної енергії деформованого тіла або системи тіл є об'єктивною реальністю, властивою будь-якій системі, що деформується, і може бути виявлені варіюванням внутрішніх параметрів. Тому дослідження енергії конструкції можна вести на полі ортонормованих внутрішніх параметрів системи, що визначають напружено-деформований стан і залежать тільки від фізико-механічних характеристик системи, умов на кордоні (умов спирання) та форми тіла [4]. Крім того, внаслідок однорідності математичної моделі внутрішньої потенційної енергії деформації тіла можна відмовитися від вимоги малості зміни параметрів проектування, і досліджувати систему на безлічі ортонормованих функцій параметрів системи за умови їх повноти.

Як показує експериментальна практика, завдання механіки твердого тіла, що деформується, здебільшого призводять до нелінійних залежностей. Побудова загальної нелінійної теорії, що охоплює всі стадії деформування матеріалу з урахуванням можливої втрати стійкості, складне завдання, що піддається вирішенню чисельними методами на основі ітераційних процедур лише з певним ступенем точності. В основі дослідження систем на критичних рівнях енергії лежить припущення, що будь-який критичний нелінійний стан визначається рішенням лінійного завдання. Нелінійні члени уточнюють співвідношення між фазовими змінними, що описують завдання [4]. Ця гіпотеза відповідає основним постулатам класичної механіки: постулату Галілея та постулату Ньютона.

**Постановка задачі.** Шляхом аналізу існуючих досліджень розглянути методику розв'язку задач будівельної механіки на основі критерію критичних рівнів енергії. На підставі розв'язку класичної задачі опору матеріалів визначити ефективність запропонованого методу розв'язку, виконати порівняння методики розв'язку на основі критерію критичних рівнів енергії з традиційними методами.

**Викладення матеріалу та результати.** Розглянемо класичний експеримент опору матеріалів про розтягнення металевого зразка з метою одержання діаграми рівноважних станів. До верхнього рухомого захоплення випробувальної машини прикладається зовнішня сила  $F$ , що розтягує (рис. 1). Площа поперечного перерізу -  $A$ , модуль пружності -  $E$ . Прийнемо переміщення довільної точки осі стержня у вигляді  $u = u(x)$ , тоді деформація розтягання в точці, що розглядається, визначиться як  $u' = du / dx$ . Жорсткість стержня в початковий момент деформування позначимо  $r_0$ , а параметр, що характеризує положення перерізу, який розглядається, в прольоті під час деформування, позначимо як  $\zeta$  [4].

Визначимо положення перерізу, де виникають найбільші деформації, що призводять до руйнування зразка (наприклад, місце утворення "шийки").

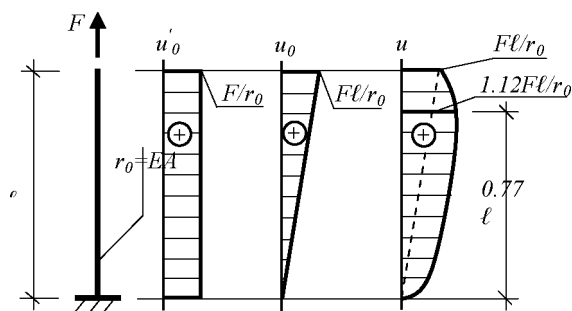
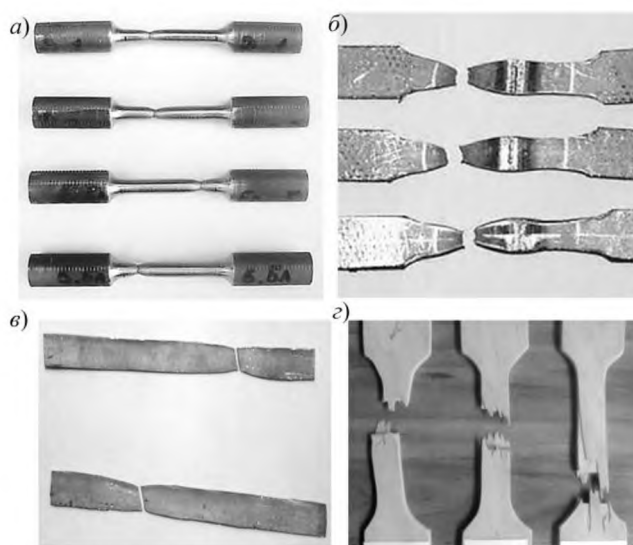


Рис. 1. Розрахункова схема стержня при роботі на розтяг, епюри переміщень

Поздовжні переміщення  $u$  ростуть уздовж осі стержня  $x$ , яка має початок координат у місці нерухомого закріплення стержня в захватах випробувальної машини. Згідно з класичною теорією опору матеріалів всі поперечні перерізи стержня мають однакові переміщення, що показано на епюрі відносних переміщень  $u'_0$ . Епюра абсолютних переміщень перерізів стержня  $u_0$  має трикутний вигляд із максимальним значенням на кінці стержня. Тоді утворення шийки на зразку має відбуватися завжди у місці верхнього рухомого закріплення. Але в експериментах цього не відбувається. Руйнування зразка (шийка) у переважній більшості випадків експериментів з'являється на відстані, близькій до величини третини довжини робочої зони зразка, відкладеної від рухомого закріплення. Тобто лінійна теорія не може пояснити реальну картину розподілу переміщень поперечних перерізів стержня при розтяганні.

На рис. 2 наведені експериментальні металеві, алюмінієві та фанерні зразки після руйнування, при випробуваннях на розтяг.



**Рис. 2.** Загальний вигляд зруйнованих експериментальних зразків при випробуваннях на розтяг: а – металеві циліндричні зразки; б – металеві плоскі зразки; в – зразки з алюмінію; г – зразки з фанери

Можна стверджувати, що переважна більшість зразків (порядку 70-80%) руйнуються в третині за довжиною. Твердження про те, що в місці утворення шийки були мікротріщини або інші дефекти матеріалу зразка навряд чи, можна вважати переконливим, оскільки такі дефекти повинні розподілятися випадковим чином і, відповідно, місця розриву розподілялися б за довжиною також випадково. Таким чином маємо невідповідність “класичної” теорії опору матеріалів та результатів експериментальних досліджень.

Означену задачу можна вирішити використовуючи теорію стану тіла на критичних рівнях енергії [4], основні гіпотези якої були описані вище. Зміна внутрішньої потенційної енергії при розтягуванні зразка від початкового ненапруженого самозрівноваженого стану до нового (або від одного критичного рівня до іншого) можна уявити лінійною частиною розкладання внутрішньої енергії деформації в ряд Тейлора по переміщенням. Зміну енергії від одного критичного рівня до іншого можна записати як

$$U(u, u', x) - U_0 = \frac{d^2 U_0}{du^2} u^2 + \frac{d^2 U_0}{du'^2} u'^2, \quad (7)$$

де  $u$  - переміщення довільного перерізу стержня, за яким ведеться спостереження, а  $u'$  - швидкість зміни переміщень по координаті того ж перерізу. Переміщення на початковому рівні енергії, що відображають нескінченно малі переміщення  $u_0$ , визначаються лінійною теорією, яка отримала розвиток в опорі матеріалів, і представлені на рис. 1.

$$\frac{d^2 U_0}{du^2} = \frac{dN_0}{du} = r_0, \quad \frac{d^2 U_0}{du'^2} = \frac{d}{du'} \left( \frac{dU_0}{du'} \right) = \frac{d}{du'} (r_0 dx) = r_0 (u'')^{-1}, \quad (8)$$

де  $N_0$  - внутрішнє зусилля в стержні на початковому рівні дії розтягуючого навантаження. Якщо вважати величину  $u$  деформацією елемента стержня, то  $\chi = du''/dx$  - швидкість зміни деформацій за поздовжньою координатою. На початковому рівні деформування вона дорівнює нулю. При розкладанні у ряд буде отримана формула дійсної роботи системи на початковому рівні деформування. Для отримання складової енергії, що враховує швидкість зміни деформації, слід залишити визначення параметра  $\chi$  до моменту визначення функції  $u$  на нелінійній ділянці деформування [4].

Повна зміна внутрішньої енергії від одного критичного рівня до іншого набуде вигляду

$$\Delta U(u, u') = \int_0^\ell \left( \frac{r_0 u^2}{2} + \frac{r_0 \chi^{-1} u'^2}{2} \right) dx. \quad (9)$$

Умову нормування переміщень запишемо у вигляді

$$\int u^2(x) dx = 1. \quad (10)$$

Тоді умова стаціонарності енергії дає рівняння Ейлера-Лагранжа вигляду

$$u'' + \eta^2 u = 0, \quad (11)$$

де коефіцієнт  $\eta$  має вигляд

$$\eta = \chi \frac{\lambda + EA}{EA}. \quad (12)$$

При одному нерухомому закріпленні, а другому рухомому граничні умови запишуться як

$$u(0) = 0, \quad u(\ell) + \ell u'(\ell) = 0. \quad (13)$$

Функція переміщень може бути подана у вигляді

$$u = c_1 \cos(x\sqrt{\eta}) + c_2 \sin(x\sqrt{\eta}). \quad (14)$$

Підставляючи (14) у граничні умови (13), можна отримати систему рівнянь визначення постійних. Розв'язавши систему рівнянь, отримують

$$c_1 = 0, \quad c_2 (\sin(\sqrt{\eta}\ell) + \ell\sqrt{\eta} \cos(\sqrt{\eta}\ell)) = 0. \quad (15)$$

Тоді власні значення знаходяться з рівняння

$$\operatorname{tg} \sqrt{\eta}\ell = -\sqrt{\eta}\ell. \quad (16)$$

Розв'язок рівняння (16) дає мінімальне власне значення

$$\sqrt{\eta}\ell \approx \frac{31}{48} \pi = 2,0289. \quad (17)$$

Нормована власна функція має вигляд

$$\bar{u}(x) = \sin \frac{31}{48} \frac{\pi x}{\ell}, \quad (18)$$

для першого власного значення

$$\eta_1 = 0,6458 \frac{\pi}{\ell^2}. \quad (19)$$

Функція розподілу переміщень на першому критичному рівні енергії має вигляд

$$u(x) = \frac{F\ell}{EA} \frac{\sin \pi x / \ell}{\sin \pi / \ell}. \quad (20)$$

На рис. 1 показана справжня епюра  $u$  розподілу переміщень в стержні, що розтягується, на критичному рівні енергії.

Відстань до точки екстремуму переміщень  $x_{ext} = 0,77\ell$ . Отримане значення розташування небезпечного перерізу (місця ймовірного руйнування стержня) добре апроксимує результати експериментальних досліджень. На рисунку 1 позначено розташування небезпечного перерізу та вказано максимальну величину переміщення  $u_k = 1,112 F\ell / (EA)$  [3].

Наведений розв'язок задачі про розтягнення стержня зосередженою силою дозволяє пояснити появу небезпечного перерізу в зразку, що розтягується, на відстані близько 1/3 – 1/5 його довжини від рухомого закріплення для класичного експерименту, що проводиться в курсі опору матеріалів. При цьому положення місця розриву не залежить від стадії руйнування матеріалу зразка (пластичне чи крихке руйнування); складу матеріалу конструкції (ізотропний метал, що має кристалічну структуру; фанера – композитний матеріал з шарів деревини та клею; тощо).

**Висновки та напрямок подальших досліджень.** Розглянуто підхід до вирішення задач будівельної механіки, який ґрунтується на критерії критичних рівнів енергії. Останній дозволяє представити завдання будівельної механіки у єдиній математичній постановці – у вигляді задач на власні значення.

На прикладі задачі про розтяг стержня отримані результати, які якісно збігаються з результатами експериментів, що проводяться в курсах опору матеріалів, і пояснюють невідповідності

класичної теорії експериментам. Розраховано відстані до місця появи «шийки» в зразку, що розтягується, і розподіл внутрішніх зусиль уздовж осі.

Безперечною перевагою розрахунку систем на основі дослідження внутрішньої енергії є можливість постановки та вирішення суттєво нелінійних задач будівельної механіки, задач на температурні впливи та інші впливи, що змушують відстежувати зміну їх величин та положення.

Дослідження функціоналу внутрішньої енергії деформації конструктивної системи призводить до математичної моделі завдань на власні значення. Спільність формулювання дозволяє стверджувати, що подібна постановка задачі охоплює всі види задач будівельної механіки: проектна, перевірна та оптимізаційна. Наведена методика може використовуватися у вивченні розвитку деформацій в основах будівель та споруд, фундаментних конструкцій.

#### *Список літератури*

1. **Баженев В.А., Перельмутер А.В., Шинков О.В.** Будівельна механіка. Комп'ютерні технології і моделювання. – К.: ПАТ «ВІПОЛ», 2013. – 896 с.
2. **Гольдштейн Ю.Б., Соломеш М.А.** Вариационные задачи статики оптимальных стержневых систем. - Л.: изд. Ленинградского ун-та, 1980.- 208 с.
3. **Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.** / Математические методы в строительной механике (с основами теории обобщенных функций). М.: Издательство АСВ, 2008. - 336 с.
4. **Ступишин Л.Ю.** Критические уровни внутренней потенциальной энергии деформации твердых деформируемых тел: монография / **Л.Ю. Ступишин**; Национальный исследовательский московский государственный строительный университет, г. Москва, 2022. - 387 с. DOI 10.47581/2022/Stupushin.01.
5. **Баженев В.А.** Варіаційні принципи і методи будівельної механіки: Підручник. – К.: Каравела, 2012. – 720с.
6. **Тарапов И.Е.** Механика сплошной среды. Ч.2. Общие законы кинематики и динамики.-- Харьков: Золотые страницы, 2002.—516 с.
7. **Баженев В.А.,** Метод скінченних елементів у задачах нелінійного деформування тонких та м'яких оболонок./ – К.: КНУБА, 2000. –386 с.
8. **Лучко Й. Й., Мимлін С. В.** Динаміка стержневих систем та споруд. - Львів: Каменяр, 2018. - 524 с.
9. **Czichos H.** Physics of failure//Handbook of technical diagnostics / Berlin: Springer-Verlag, 2013. Pp. 23-40.
10. **Беллман Р., Энджел Э.** Динамическое программирование и уравнения в частных производных. М.: Мир, 1974. 207 с.
11. **Курант Р., Гильберт Д.** Методы математической физики. Т. I. М.: Гос-техиздат, 1951. - 476 с.
12. **Михлин С.Г.** Вариационные методы в математической физике. - М.: Наука, 1970. - 512 с.

Рукопис подано до редакції 17.04.2023

УДК 622.788.36

**С.Г. САВЕЛЬЄВ**, д-р техн. наук, проф., **О.В. БАБАЄВСЬКА**, асист.,  
**Т.П. ЯРОШ**, канд. техн. наук, доц., **М.М. КОНДРАТЕНКО**, ст. викладач  
Криворізький національний університет

### **АНАЛІЗ ПРИЙОМІВ ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ВОЛОГОСТІ ШИХТИ ДЛЯ ВИРОБНИЦТВА ОКАТИШІВ**

Відзначено існування декількох прийомів визначення оптимальної вологості шихти для виробництва окатишів, більшість яких ґрунтуються на використанні водно-фізичних характеристик шихти або показниках гранулометричного складу грудкуватого матеріалу. Проведено аналіз використовуваних методик, що визначення характеристичних вологостей шихти, що застосовуються для визначення оптимальної вологості тонкодисперсних матеріалів, а також формул для її розрахунку. Результати аналізу вказують на певну перевагу застосування прийомів визначення оптимальної вологості шихти для виробництва окатишів, які базуються на характеристичних вологостях шихти, що піддається огрудкуванню, завдяки їх більшій універсальності. Вказано на доцільність формування стандартних методів визначення характеристичних вологостей матеріалів, які входять до складу шихти для виробництва залізрудних окатишів.

**Метою роботи** є порівняльна оцінка достовірності результатів визначення за різними методиками і формулами оптимальної вологості тонкодисперсних матеріалів, які використовуються при виробництві окатишів.

**Методи дослідження.** В роботі використані загальнологічні методи наукового дослідження – аналіз і синтез, аналогія, узагальнення.